Иванычев Дмитрий Алексеевич,

канд. физ.-мат. наук, доцент,

ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»,

г. Липецк, Россия

АНАЛИЗ СХОДИМОСТИ РЕШЕНИЯ ЧАСТНОЙ ЗАДАЧИ В МЕТОДЕ ГРАНИЧНЫХ СОСТОЯНИЙ

Проведен анализ сходимости решения краевой плоской задачи для тела с сингулярной границей. Исследование равновесия прямоугольной пластинки проводилось методом граничных состояний. Установлено влияние сингулярной границы на устойчивость решения вблизи сингулярных точек.

Ключевые слова: сингулярность границы, устойчивость решения, анизотропные задачи, плоские задачи, метод граничных состояний, краевые задачи.

Dmitry A. Ivanychev,

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,

MBPEI of HE «Lipetsk State Technical University»,

Lipetsk, Russia

ANALYSIS OF THE CONVERGENCE OF THE PRIVATE DECISION PROBLEM IN THE METHOD OF BOUNDARY CONDITIONS

The convergence analysis of the solution of the boundary plane problem for a body with a singular boundary is carried out. The study of the equilibrium of a rectangular plate was carried out by the method of boundary States. The influence of the singular boundary on the stability of the solution near singular points is established.

Keywords: the singularity of the border, the stability of the solution, anisotropic problem, two-dimensional problem, the boundary conditions, boundary value problems.

Рассмотрим плоскую анизотропную задачу для тела прямоугольной формы (рис. 1). В качестве материала рассмотрим сосну [3] с обезразмеренными с масштабным коэффициентом $\eta = 10^5 \, кгс/см^2$ упругими характеристиками: модули Юнга $E_x = 1$, $E_y = 0.42$; модуль сдвига $G = 0.075$; коэффициент Пуассона $\mu = 0.01$; коэффициенты взаимного влияния первого рода $\eta_{xy,x} = 0.07$, $\eta_{xy,y} = 0.04$. Зададим на контуре тела усилия или перемещения по функции, эквивалентной функции параболы.

Функции внешних усилий:

$$\begin{cases} p_x = -1 + y^2,\ p_y = 0,\ (x, y) \in S_1; \\ p_x = 1 - y^2,\quad p_y = 0,\ (x, y) \in S_2; \\ p_x = p_y = 0,\ (x, y) \in S_3 \vee S_4. \end{cases}$$

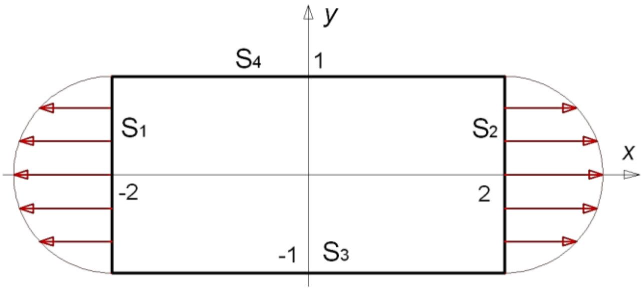

Рисунок 1 – Задачи о нагружении тела прямоугольной формы

Решение первой основной задачи для анизотропной пластинки проводилось методом граничных состояний (МГС) [1]. После формирования базиса внутренних состояний на основе общего решения Лехницкого [3] и его ортонормирования, проблема сводится к вычислению системы алгебраических уравнений относительно коэффициентов Фурье [2].

На рис. 2 представлены восстановленные в ходе решения усилия на границе при 150 удержанных коэффициентах ряда Фурье [1].

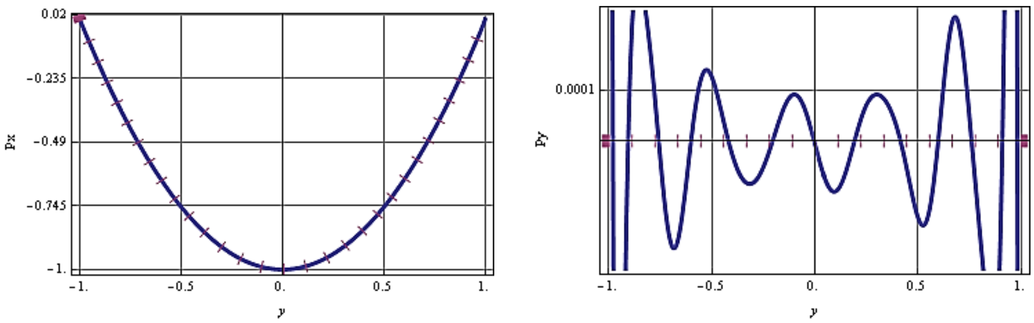

Рисунок 2 – Восстановленные усилия p_x и p_y на нагруженной границе при 150 удержанных коэффициентах ряда Фурье

На графиках: – заданные значения; – восстановленные значения

На рис. 3 представлены восстановленные в ходе решения усилия на границе при 400 удержанных коэффициентах ряда Фурье.

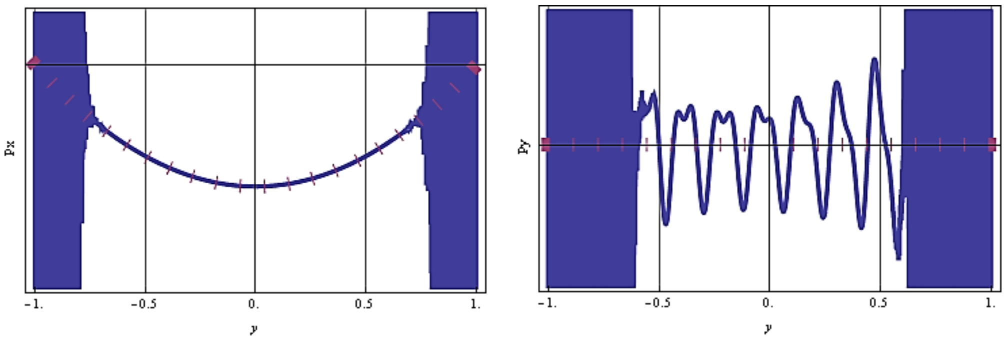

Рисунок 3 – Восстановленные усилия p_x и p_y на нагруженной границе при 400 удержанных коэффициентах ряда Фурье

Как видно из графиков, при наращивании используемого отрезка базиса в окрестности сингулярных точек восстановленные характеристики осциллируют и устремляются в бесконечность. Эта осцилляция в окрестности точек с сингулярной границей, растет («наползает к центру границы») при наращивании базиса. При этом коэффициенты Фурье по модулю постоянно убывают. Следует отметить, что подобные явления для тел с особенностями границы характерны и для других видов распределения усилий или перемещений. Восстановленные характеристики осциллируют и на других участках границы. Такое поведение восстановленных на границе усилий или перемещений характерно для сложно нагруженных тел с сингулярной границей. Это является не ошибкой, особенностью решения задач методом граничных состояний для нерегулярных тел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванычев Д.А. Метод граничных состояний в задачах теории анизотропной упругости // LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG Dudweiler Landstr. 99, 66123 Saarbrucken, Germany.

2. Иванычев Д.А. Метод граничных состояний в решении плоских анизотропных задач // «Наука и образование: новое время». – 2018. – № 2.

3. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. – Москва: ГИТТЛ, 1957. – 463 с.