

*Гапочкин Артём Владимирович,*

*аспирант,*

*ФГБОУ ВО «Московский политехнический университет»,*

*г. Москва, Россия*

## **РАЗРАБОТКА СТРУКТУРЫ НЕЙРОННОЙ СЕТИ, РЕАЛИЗУЮЩЕЙ ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ АРИФМЕТИКУ СИСТЕМЫ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ ДЛЯ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

В данной статье рассматриваются приложения теории чисел и цифровой обработки сигналов (ЦОС), в частности система остаточных классов (СОК) для построения отказоустойчивых процессоров ЦОС на базе нейронных сетей. Показано, что СОК обладает большим потенциалом для увеличения производительности процессоров, так как в рассматриваемой задаче требуется выполнение только операций сложения и умножения, которые можно очень быстро вычислять в модулярной форме. В работе рассмотрены нейронные алгоритмы, реализующих модулярную арифметику при вычислениях в конечных кольцах, разработаны иерархическая модулярная НС и принцип ее реализации.

**Ключевые слова:** система остаточных классов, цифровая обработка сигналов, свертка, нейронные сети, вейвлет-преобразование.

This article discusses applications of the theory of numbers and digital signal processing (DSP), in particular the system of residual number (RNS) for building fault-tolerant DSP processors based on neural networks. It is shown that RNS has a great potential to increase the performance of processors, since in the considered task only addition and multiplication operations are required, which can be calculated very quickly in modular form. The paper deals with neural algorithms that implement modular arithmetic in finite ring computations, developed a hierarchical modular NS and the principle of its implementation.

**Keywords:** residual number system, digital signal processing, convolution, neural networks, wavelet transform.

Быстрый прогресс в области цифровой обработки сигналов (ЦОС) в направлении увеличения быстродействия и работы в масштабе реального времени в значительной мере зависит от повышения эффективности вычислений при выполнении фильтрации цифровых сигналов.

Вычисление дискретного вейвлет-преобразования (ДВП) с помощью перестановки входных и выходных отчетов сводится к циклической свертке исследуемого сигнала. Если мы имеем быстрый способ вычисления свертки, то тем самым мы получаем быстрый способ вычисления ДВП (алгоритм Винограда преобразования Фурье, алгоритмы Колбы, Паркса) [2].

Известно множество теоретико-числовых преобразований, используемых для эффективного вычисления свертки. Эти преобразования обладают свойством цикличности свертки и в некоторых случаях могут вычисляться с использованием только операций сложения и умножения на степень 2. Однако существует противоречие между длиной преобразуемых последовательностей и шириной динамического диапазона при приемлемых значениях машинного слова. Предлагались различные способы увеличения длины последовательностей, преобразуемых с помощью ТЧП. Один из методов заключается в вычислении по системе взаимно простых модулей и получении требуемого результата с помощью китайской теоремы об остатках, которая служит основанием для непозиционной системы счисления – системы остаточных классов (СОК) [1].

Таким образом, в применении к задачам ЦОС вычисления в конечных кольцах обладают следующими преимуществами:

1) ТЧП (по сравнению с БПФ) при вычислении свертки:

- отсутствие операций умножения;
- используется вещественная целочисленная арифметика;
- результаты не содержат ошибок округления.

2) СОК:

- повышение быстродействия выполнения арифметических операций;
- обменные операции между точностью, быстродействием и надежностью, что позволяет синтезировать отказоустойчивые вычислительные структуры.

Однако в полной мере указанные преимущества могут быть достигнуты лишь тогда, когда вычисления в конечных кольцах выполняются с помощью

специальных вычислительных средств, эффективно представляющих модулярную арифметику. Это в значительной степени ограничивает область их применения [3].

Алгоритмы ЦОС (например, цифровой фильтрации) имеют сходство с алгоритмами работы нейронной сети (НС), поскольку в обоих случаях базовой операцией является умножение чисел с накоплением. Проведенный анализ подчеркивает дуализм применения нейросетевых технологий в задачах ЦОС. С одной стороны, НС могут рассматриваться как альтернатива быстрым алгоритмам, ускоряя базовые алгоритмы ЦОС (сверка), с другой стороны – нейросетевой базис также адекватен собственно быстрым алгоритмам ЦОС и может использоваться как дополнительное средство ускорения вычислений при ДВП [4; 5].

Применение нейросетевых методов и алгоритмов в задачах ЦОС оправдано, когда алгоритмы решения задачи легко переносятся на нейросетевую структуру и эффективно реализуются на нейрокомпьютерах, например, алгоритмы, основанные на использовании свертки и алгоритмах вейвлет-преобразования цифровых сигналов.

С точки зрения параллелизма широкими возможностями обладают представление чисел диапазона СОК, вытекающие из китайской теоремы об остатках. В системе с основаниями  $p_1, p_2, \dots, p_n$  всякое число  $X$  из диапазона  $[0, P)$  единственным образом может быть представлено в виде остатков по выбранным взаимно простым основаниям  $X=(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ .

К модульным операциям относятся операции сложения, вычитания и умножения. Операции сложения и умножения над числами, представленными в СОК, сводятся к соответствующим операциям над цифрами этого представления. Это оказывается справедливо и для любых сложных операций, составленных из операций сложения и умножения. Единственным ограничением в выполнении такого рода операций является требование невыхода за пределы диапазона, определяемого принятыми основаниями системы, как окончательного, так и промежуточных результатов. При

некоторых уточненных правилах выполнения сложных операций оказывается возможным ограничиться требованием невыхода из диапазона лишь окончательного результата, оставляя за промежуточными результатами возможность выходить за пределы диапазона.

Тогда при двоичном представлении операндов:

$$|X|_{p_i} = \sum_{i=0}^{k-1} p_i |2^i|_{p_i} \{x\}^{[i]}, \quad (1)$$

где  $\sum_{i=0}^{k-1} p_i$  – означает суммирование по модулю  $p_i$ ,  $\{x\}^{[i]}$  – оператор, который извлекает  $i$ -разряд двоичного представления  $X$ .

Вся арифметика вычислений в конечных кольцах может быть сокращена до этой вычислительной модели [6-7].

Анализ показывает, что операция типа свертки является основой алгоритмов арифметики СОК в алгоритмах цифровой обработки сигналов. Поэтому алгоритмы арифметики СОК легко переносятся на нейросетевую структуру и эффективно реализуются на нейрокомпьютере.

Вследствие указанных причин возникает принципиальная возможность реализовать преимущества модулярной арифметики в задачах ЦОС современными нейрокомпьютерными вычислительными средствами.

Для этого необходимо представить алгоритм решения указанной задачи в нейросетевом логическом базисе [8-9].

Общая интерпретация архитектуры НС – это массово параллельная, взаимосвязанная сеть простых элементов и ее иерархическая организация. Структура смоделирована в некоторой степени по типу биологической нейронной сети.

В такой архитектуре есть два важных компонента:

1) элементы нейронной обработки (или ячейки). Они способны на основные арифметические и логические операции;

2) синаптические веса НС. Они определяют структурные связи системы.

Взвешенные величины могут также представлять «знание» системы.

Мощность НС выходит из ее способности к одновременному применению начальной базы знаний к проблеме, существующей в настоящее время. Все нейроны работают конкурентно, а на вычисление непосредственно влияет знание, зашифрованное в соединениях сети.

Взаимодействие таких элементарных ячеек (ЛПЭ) учитывается в трех-уровневой иерархии (рис. 1). Тогда нейронная сеть на разрядном уровне будет обращаться к нейронной сети конечного кольца (НСКК).

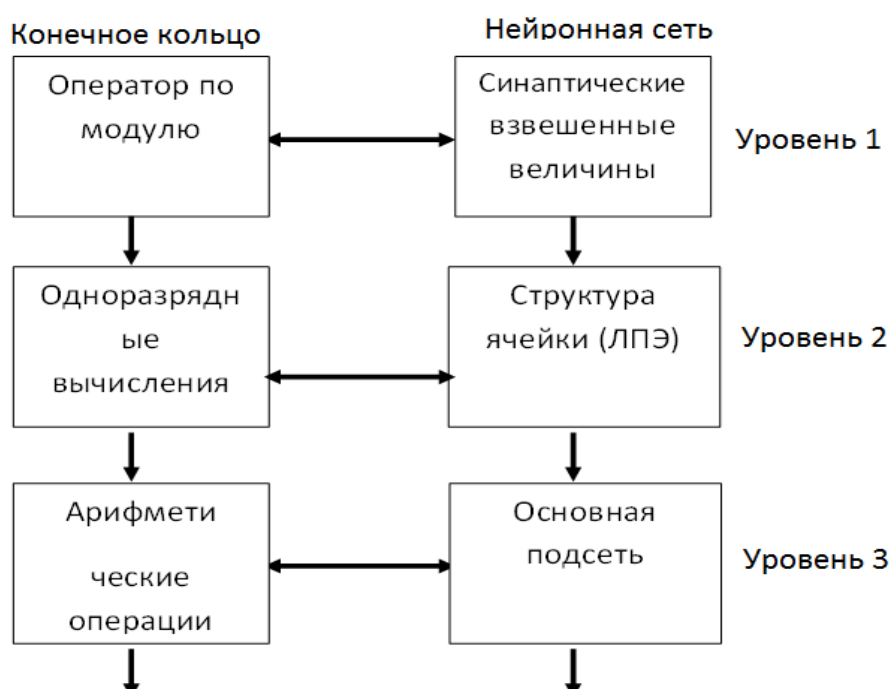


Рисунок 1 – Отображение нейронной сети конечного кольца

*Уровень 1: Отображение параметра.*

Он содержит остаток, связанный со взвешенной величиной каждого вычислительного разряда.

*Уровень 2: Отображение разрядного вычисления.*

Он определяет функцию конечного кольца, применяемую к каждому вычислительному разряду.

*Уровень 3: Отображение операции конечного кольца.*

Этот слой определяет основные операции, используемые для реализации арифметики конечного кольца.

Как известно, основой вычислительного механизма нейроподобной сети вычислений в конечных кольцах (полях Галуа) является метод непосредственного суммирования модульных значений разрядов позиционного числа.

Структура нейроподобной сети конечного кольца показана на рис. 2, где синаптическая взвешенная величина  $a_i$  будет равна  $|2^i|_{p_i}$ . Количество  $a_i$  определяется разрядностью исходного числа. Организация НС имеет два слоя [10].

Слой 1 – сборный. Он используется, для сбора одноразрядных двоичных входных сигналов. Первый слой реализует операции конечного кольца, которые классифицируют как:

- унарные –  $X = F_i(\alpha_i)$ ;
- двоичные –  $X = F_i(\alpha_i \ominus \beta_i)$ , где  $\ominus \in \{+, -, \times\}$ ;
- комбинации из унарных и двоичных операций.

Слой 2 – вычислительный слой – и реализует вычислительную модель (1).

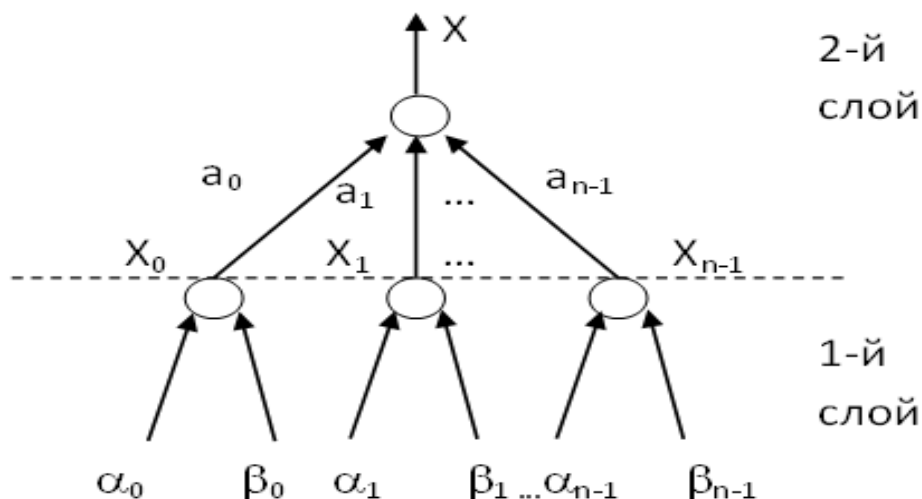


Рисунок 2 – Нейроподобная сеть конечного кольца

Основными функциональными узлами модулярных процессов являются устройства для многооперандного суммирования по модулю. Они не только выполняют базовые операции алгоритмов обработки цифровых сигналов, но и служат основой для построения модулярных умножителей, преобразователей в

СОК и других узлов. Известные методы синтеза сумматоров по модулю (сумматорный метод, прямой логический метод, метод кольцевого вращения, табличный метод) не приводят к получению технических решений, которые бы в полной мере использовали возможности современной интегральной технологии. Именно низкое быстродействие или чрезмерно высокая конструктивная сложность сумматоров по модулю, построенных традиционными методами, в значительной мере снижают преимущества СОК [5; 7]. Принципиальным недостатком алгоритма КТО является его тесная связь с операциями по модулю  $P = \prod_{i=1}^n p_i$ , где в общем случае  $P$  – большое целое число, не допускающее непосредственного представления с помощью имеющихся аппаратных средств.

Кроме того, построенная на основе метода непосредственного суммирования модульных значений разрядов позиционного числа НСКК лишена адаптивных свойств, что не позволяет использовать преимущества нейросетевого логического базиса, в частности:

- возможность обучения (настройки);
- отказоустойчивость.

Поэтому в данной ситуации необходимо использовать общий подход к созданию нейросетевых алгоритмов, обладающих такими свойствами, как гибкость, способность адаптироваться к изменяющимся условиям, сохраняя устойчиво высокое качество работы [11; 12].

Итак, предлагается использовать свойство нейросетевых алгоритмов, заключающееся в возможности настройки (обучения) входного сигнала, представляющего преобразуемое двоичное число для получения сравнимого по тому же модулю меньшего малоразрядного числа. Таким образом, предлагаются эффективно реализуемые современными нейрокомпьютерами алгоритмы модулярной арифметики на основе НС для построения высокопроизводительных отказоустойчивых систем цифровой обработки сигналов [5; 7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маклеллан Дж. и др. *Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов.* – М.: Радио и связь, 1983. – 264 с.
2. Рабинер Л., Голд Б. *Теория и цифровой обработки сигналов.* – М.: Мир, 1978. – 848 с.
3. Дорогов А.Ю. *Структурный синтез быстрых нейронных сетей // Нейрокомпьютер.* – 2009. – №1. – С. 11-24.
4. Карелов И.Н. *Реализация алгоритмов цифровой обработки сигналов на основе нейроподобной сети / Сборник докладов 5 Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение», Москва, 17-19 февраля 1999 г.* – С. 218-222.
5. Червяков Н.И., Терновой Н.В., Гапочкин А.В. *Использование нейронных сетей в качестве классификаторов в системах распознавания речи // Нейрокомпьютеры: разработка, применение.* – 2014. – № 9. – С. 20-24.
6. Коляда А.П., Пак И.Т. *Модулярные структуры конвейерной обработки цифровой информации.* – Минск: Университетское, 1992. – 256 с.
7. Червяков Н.И., Ряднов С.А., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., *Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем.* – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
8. Gallaher D., Petry F.E., Srinivasan P. *The digit parallel method for fast RNS to weighted number system conversion for specify moduli // IEEE Trans. on Circuits and System II: Analog and Digital Signal Processing.* – Jan. 1997. – V. 44. – № 1. – P. 53-57.
9. Wang Y., Aboulhamid M., Shen H. *Adder based residue to binary numbers converters // IEEE Trans. Signal Processing.* – 2002. – V. 50. – № 7. – P. 1772-1779.
10. Gapochkin A.V., Popov D.I., *Development and application of composite logistics functions to improve the speed of training of wavelet neural networks in speech recognition systems // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences.* – 2016. – T. 11. № 1. – P. 73-77.
11. D. Zhang, G.A. Jullien and W.C. Miller (1989). *A neural-like approach to finite ring computation // IEEE Trans. Circuits and Syst.* – 1990, 37. – № 8. – pp. 1048-1052.
12. Zhang D., Jullien G.A., Miller W.C. *VLSI implementations of neural-like networks for finite ring computations // Proc. 23rd Midwest Symp. Circuits and Syst., Champaign, III, Aug. 14-16, 1989.* – vol. 1, New York (N.Y.), 1990. – pp. 485-488.